

Wahrscheinlichkeitstheorie in der Raumplanung? Potential neuer Konzepte

Eric J. LORUP

(Mag. Eric J. LORUP, Institut für Geographie, Universität Salzburg, Hellbrunner Straße 34, A-5020 Salzburg; e-mail: Eric.Lorup@sbg.ac.at)

1. EINLEITUNG¹

Kritischer Faktor zahlreicher computergestützter (GIS)Arbeiten in der Raumplanung ist und bleibt „Datenunschärfe“ in all ihren verschiedenen Ausprägungen. Es bedarf hier nicht einer wiederholten Übersicht und Systematisierung, dies wurde u. a. von mehreren Autoren in [GOODCHILD & GOPAL \(1989\)](#), von [BURROUGH et al. \(1996\)](#) sowie in der von [BURROUGH & FRANK \(1996\)](#) editierten Aufsatzsammlung vorgenommen.

An Ideen, Vorschlägen und Konzepten zu methodischen Ansätzen, mit jenen „Datenunschärfen“ umzugehen, fehlt es nicht. Problematisch zeigt sich zumeist die konkrete Implementation, die Umsetzung jener Ansätze in der täglichen Praxis. Auch sehr teure Systeme erweisen sich oft als unzureichend, um dem Problem der „Datenunschärfen“ in allen computertechnisch relevanten Situationen sinnvoll zu begegnen, oder aber der Aufwand zur Umsetzung steht in keinem ökonomischen Verhältnis zur Verbesserung der Resultate. Und so werden jene Unschärfen oftmals akzeptiert oder schlichtweg ignoriert.

In diesem Vortrag wird ein – für die räumliche Analyse - neuartiges Konzept vorgestellt, welches nach Ansicht des Autors ein hohes Anwendungspotential besitzt – die **DEMPSTER-SHAFER Theorie** (nachfolgend als DS-Theorie bezeichnet).

Insbesondere dort, wo sich Datenunschärfen aus unzureichender Kenntnis der Phänomene und/oder Parameter ergeben, also in Fällen, wo das einer Entscheidungsfindung zugrundeliegende Informationsgerüst relativ instabil und lückenhaft ist, könnte sich die DS-Theorie als durchaus nützlich erweisen. Darüber hinaus erlaubt die DS-Theorie die Integration von Informationen unterschiedlichster Datenqualitäten und ermöglicht somit, in eine räumliche GIS-Analyse Wissen einfließen zu lassen, welches sich nach konventionellen Methoden schwer einbringen ließe („Expertenwissen“, Gerüchte, etc.).

2. DIE DEMPSTER-SHAFER THEORIE

Bei der DS-Theorie (oft auch: DS-Formalismus) handelt es sich vereinfacht um eine Aggregationsvorschrift, in welche im Zuge von Entscheidungsfindungsprozessen zahlreiche Informationsteile (*evidence*) mit unterschiedlichem „Gewicht“ (Vertrauen, Zustimmung zu einer Hypothese = *degree of belief*) eingehen können (als *belief functions*), um die eine oder andere Hypothese zu unterstützen bzw. auszuschließen.

Arthur Dempster hat mit seinen Arbeiten in den 1960er Jahren den Grundstein zu der Theorie gelegt (v. a. [DEMPSTER 1967, 1968](#)). Die mathematische Basis sowie Vereinfachungen bzw. Erweiterungen wurden von seinem ehemaligen Schüler Glenn Shafer ausgearbeitet ([SHAFER 1976](#)). [BARNETT \(1981\)](#) betitelte die Theorie erstmalig als DEMPSTER-SHAFER Theorie.

Die DS-Theorie und mit ihr verwandte Verfahren zählen heute zu den intensiv diskutierten Methoden in der Künstliche Intelligenz (*artificial intelligence*) Forschung.

Um einige Begriffe des DS-Formalismus zu erläutern, ein simples Beispiel (leicht abgeändert nach [SHAFER 1990](#), p. 474 bzw. [ZHANG 1994](#)):

Bettina kommt zu mir und berichtet, mein geparktes Auto sei von einem anderen Auto beschädigt worden. Nach meiner subjektiven Einschätzung kann ich Bettina mit 90%iger Wahrscheinlichkeit trauen (*degree of belief*). Daher nehme ich implizit mit 10%iger Wahrscheinlichkeit an, daß Bettina nicht zu trauen ist. Dies sind Wahrscheinlichkeiten, daher summieren sie sich zu 100%. Wenn Bettina zuverlässig ist, so muß ihr Bericht stimmen. Ist sie jedoch nicht zuverlässig, so kann ich *nicht* daraus folgern, daß mein Auto *nicht* beschädigt wurde. Aus ihrem Hinweis kann ich lediglich 90% *degree of belief* ableiten, daß mein Auto beschädigt wurde, jedoch 0% *degree of belief* (und nicht 10%!), daß dies nicht der Fall ist. Diese 0% sind nun weiterhin aber nicht wie folgt zu interpretieren: mein Auto ist nicht beschädigt (so wie im Fall 0%iger *Wahrscheinlichkeit*), sondern, daß die Aussage von Bettina mir keinerlei Grund zur Annahme gibt, daß mein Auto nicht beschädigt wurde! Die 90% und 0% bilden gemeinsam die *belief function*.

¹ Die vorliegende Arbeit repräsentiert „work in progress“ und ist lediglich ein unvollständiger Einblick in ein laufendes Pilotprojekt

Hier kommt also der Faktor „Unkenntnis“ (*ignorance* als Element der *uncertainty*) ins Spiel. Das einfache Beispiel kann auch in Form der möglichen Antworten (= Hypothesen) zur Fragestellung dargestellt werden:

$$\Pi = \{Auto\text{beschädigt}, Auto\text{nicht beschädigt}\}$$

$$\Omega = \{Bettina\text{ ist zuverlässig}, Bettina\text{ ist nicht zuverlässig}\}$$

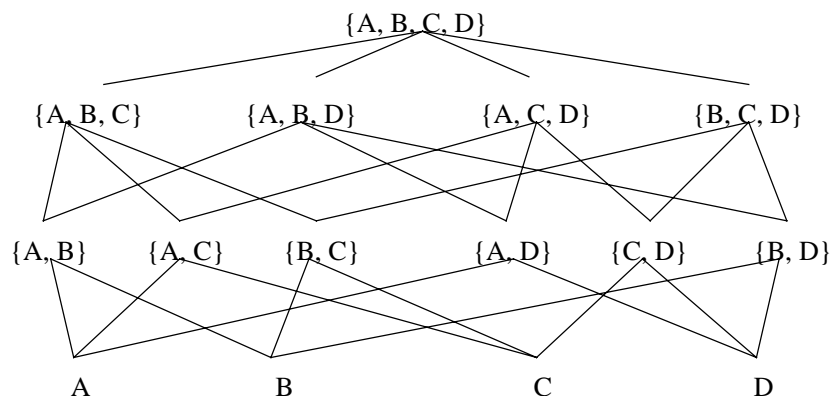
$$\Theta = \Pi \times \Omega$$

Θ wird nach [SHAFER \(1976\)](#) als *frame of discernment* (auch *universe of discourse* oder *state space*, [SMETS 1994](#); equivalent zum Begriff *decision frame* nach [EASTMAN 1997](#)) bezeichnet. Die darin enthaltenen Hypothesen müssen sich definitionsgemäß gegenseitig ausschließen, und des weiteren müssen sie umfassend sein, d. h. sämtliche möglichen Varianten einschließen ([SHAFER 1976](#)).

Selbstverständlich ist das obige Beispiel bewußt einfach und könnte jederzeit komplexer gestaltet werden, z.B. könnte mir eine weitere Person, Andreas, mitteilen, daß mein Auto nicht beschädigt wurde. Bettinas und Andreas' Aussagen widersprechen sich. Allerdings tun sie dies *nur in ihrer Aussage* bezüglich einer Beschädigung meines Autos, nicht in Bezug auf die Wahrscheinlichkeit der tatsächlichen Beschädigung.

Im DS-Formalismus wird mit einer Zahl aus dem Bereich $[0,1]$ der Grad der Zustimmung (*degree of belief*) einer Information (*evidence*) zu einer Hypothese ausgedrückt. Im Sinne der DS-Theorie wird dieses Informationsteil mit seiner mehr oder weniger hohen Unterstützung einer Hypothese als *basic probability assignment* (BPA) bezeichnet. Diese Maßzahl wird üblicherweise in Form von Fuzzy Set Zugehörigkeitsgraden ausgedrückt ([KLIR 1994](#)). (Bezüglich einer Übersicht zu Fuzzy-Sets in der Raumplanung siehe z. B. [REINBERG 1996](#))

Um den DS-Formalismus nun in anderer Form wiederzugeben, ein weiteres Beispiel (abgeändert nach [GORDON & SHORTLIFFE 1984](#)): ein Raumplaner stellt Untersuchungen zur besten Eignung für vier unterschiedliche Nutzungen innerhalb eines Areals - bezeichnet als A, B, C und D - an. Hypothese A bedeutet etwa: der betreffende Standort eignet sich am besten zur Nutzungsform A. Jene stellen den *frame of discernment* (Θ) dar. In DS wird aus diesen Hypothesen eine hierarchische Struktur aller Subsets aufgebaut, wie in nachfolgendem Schema gezeigt wird:



Die in der Abbildung dargestellten Hypothesen entsprechen sämtlichen möglichen Kombinationen aus den vier Nutzungen. Einzelfallhypothesen werden als *singletons* bezeichnet. Der Planer wird zunehmend mehr Hinweise, Hypothesen unterstützende bzw. ausschließende Untersuchungsergebnisse - also BPAs (s. oben) - ermitteln, und dementsprechend seine Entscheidungen eingrenzen können. Unterstützende Fakten für Hypothesen der Art $\{A, B, D\}$ sind ebenso zulässig, da sie jenen Fall darstellen, bei welchem keine Differenzierung zur besten Eignung für die Nutzungsformen A, B und D möglich ist.

Nach der DS Notation werden BPAs mit $m(\{A\})$ bezeichnet. Die *belief function*, mit anderen Worten, der Grad der Zustimmung für jede Hypothese (s. oben) errechnet sich aus der Summe der BPAs der jeweiligen Subsets, z. B.: $Bel(\{B, C, D\}) = m(\{B, C, D\}) + m(\{B, C\}) + m(\{B, D\}) + m(\{C, D\}) + m(\{B\}) + m(\{C\}) + m(\{D\})$. Die *belief function* entspricht im Fall von *singletons* demgemäß m .

Die Summe aller BPAs ist stets 1, denn die Hypothesen im *frame of discernment* sind umfassend. Der BPA-Wert für das Hypothesenset $(\{A, B, C, D\})$ entspricht dem Komplement zur Summe aller übrigen BPAs und

ist ganz simpel eine Maßzahl für die Unkenntnis bzw. das Unvermögen, zwischen den einzelnen Hypothesen zu entscheiden.

Zu jedem *basic assignment* gehört ein Paar von Maßzahlen, die bereits erwähnte *belief function* sowie eine weitere – die Plausibilität (*plausibility measure*). Plausibilität gibt an, bis zu welchem Grad eine Hypothese nicht verworfen werden kann:

$$PL(\{A\}) = 1 - Bel(\neg\{A\})$$

Die Differenz aus *belief* und *plausibility* ist eine weitere wichtige Größe im DS-Formalismus und wird als *belief interval* bezeichnet. Der Belief-Wert zeigt an, wie stark die jeweilige Hypothese von Hinweisen, Fakten, Tatsachen unterstützt wird, wohingegen der Plausibilitäts-Wert den Grad unserer Unkenntnis repräsentiert. Das eigentliche Herzstück des DS-Formalismus ist seine Aggregations-Vorschrift, die durch die untenstehenden Formeln dargestellt wird:

$$m(Z) = \frac{\sum m_1(X) \cdot m_2(Y) \text{ wenn } X \cap Y = Z}{1 - \sum m_1(X) \cdot m_2(Y) \text{ wenn } X \cap Y = \emptyset}$$

$m(X), m(Y) \dots$ BPAs (belief functions)

$m(Z) \dots$ aggregierte *belief function*

wenn $\sum m_1(X) \cdot m_2(Y) = 0$ für $X \cap Y = \emptyset$ dann

$$m(Z) = \sum m_1(X) \cdot m_2(Y) \text{ wenn } X \cap Y = Z$$

Um eine *belief function* auf eine bestimmte Hypothese zu konditionieren, wird sie mit einer *belief function* kombiniert, die jene Hypothese zu hohem Grad unterstützt (ZHANG 1994).

Welche Resultate können sich aus einer räumlichen DS-Analyse ergeben? Dies hängt in erster Linie von der jeweiligen Aufgabenstellung ab. Die drei hauptsächlich relevanten Maßzahlen sind jedoch immer *belief*, *plausibility* sowie die Bereichsspanne zwischen beiden, das *belief interval*. Bei Anwendung auf räumliche Daten erhält man so je Raumeinheit (z. B. Rasterzelle, Polygon, Linie, Punkt) jene drei Maßzahlen in Abhängigkeit von den Eingangsparametern (degrees of belief). Auf Basis dieser Informationen (sinnvollerweise in Form einer Karte) können weitere Planungsschritte unternommen bzw. die Parametrisierung der Gewichtungen verfeinert werden. Um die Möglichkeiten der Theorie näher zu beleuchten, weitere Beispiele, was mit solchen Hypothesen im Sinne räumlichen Einsatzes gemeint sein kann:

- Eine Trasse durch eine Gemeinde für einen neuen Autobahnabschnitt wird gesucht (mit geplanter Auf-/Abfahrt), zwei Hypothesen stehen sich prinzipiell gegenüber: A – ein Landschaftsabschnitt eignet sich bzw. B - ein Landschaftsabschnitt eignet sich nicht für die Trassenlegung
- Im Zuge von Bebauungsplanungen ist auf Wildreservate Rücksicht zu nehmen: A - ein Standort ist prädestiniert für die jeweilige Tierart, B ein Standort kann ausgeschlossen werden
- In einem Gebiet mit bekannten archäologischen Fundorten sollen potentiell interessante Bereiche ermittelt werden, die eine Grabung lohnenswert erscheinen lassen – Hypothese A: Pixel ist eine Fundstelle; Hypothese B: Pixel ist keine Fundstelle

Für jede unserer Hypothesen haben wir eine mehr oder weniger große Anzahl an unterstützenden oder auch abschwächenden oder sogar ausschließenden Hinweisen, Beobachtungen und Vermutungen. Wenn wir das erste Beispiel heranziehen – die Trassenplanung – dann könnte unsere Aufstellung teilweise etwa auch wie folgt aussehen:

Kriterien, welche die Hypothese „Pixel für Trassenlegung geeignet“	Kriterien, welche die Hypothese „Pixel für Trassenlegung ungeeignet“
→ unterstützen ←	
Geringe Lärmauswirkung auf Wohngebiete unterstützt die Hypothese <i>geeignet</i> , umgekehrt muß zu erwartende höhere Lärmbelästigung nicht die Gegenhypothese <i>ungeeignet</i> unterstützen (Lärmschutzwände)	Hangneigung ist von den baulichen Voraussetzungen her relativ klar nach oben hin abgegrenzt, Pixel ab einer gewissen Steilheit unterstützen ganz eindeutig die Hypothese <i>ungeeignet</i> , Pixel mit niedrigeren Werten
Möglichst geringe Sichtbeeinträchtigung bzw. visueller Interaktion mit Wohngebieten fördert die Hypothese <i>geeignet</i> , während größere Einsehbarkeit wiederum nicht unbedingt das Gegenteil unterstützt	Schutzgebiete schließen die Eignung aus Bestehende Verbauung schließt Eignung i. d. R. aus Die Distanz zur Gemeinde wird im Hinblick auf die geplante Abfahrt ab einer gewissen Entfernung die Hypothese <i>ungeeignet</i> fördern, nicht so sehr aber die Gegenhypothese

Wie Sie sehen, ist die Wahl der Kriterien für die Unterstützung der einen oder anderen Hypothese keine eindeutige Angelegenheit, sondern läßt viel Spielraum für Subjektivität. Die unterschiedlichen Parameter können in mannigfacher Gewichtung in die Analyse einfließen.

3. DEMPSTER-SHAFER IN DER RAUMPLANUNG – EINE PROGNOSE?

Derzeit ist noch nicht mit absoluter Gewißheit zu beantworten, ob und inwieweit sich der Einsatz des DS-Formalismus konkret überhaupt sinnvoll ein- und umsetzen läßt. Konkrete Einsatzbeispiele mit räumlichen Daten und Fragestellungen sind äußerst spärlich. Zudem sind die bisherigen auf DS-Theorie basierenden Analysen auf Basis von Daten nach dem Rastermodell durchgeführt worden. Eine Vektor-basierte Umsetzung wird vom Autor zur Zeit implementiert und getestet.

Problematisch und als einer der Hauptschwachpunkte erweist sich zur Zeit die Software-seitige Umsetzungsmöglichkeit der DS-Theorie an räumlichen Daten. Derzeit stellt lediglich IDRISI for Windows ([EASTMAN 1997](#)) ein praktisch-analytisches Werkzeug zur Implementation der DS-Theorie zu Verfügung (sowohl GIS- als auch Bildverarbeitungsanwendungen). Jenes ist zwar funktional vollständig, dennoch ist die Umsetzung noch als Prototyp zu bezeichnen und wird auch vom Idrisi Project in dieser Weise gesehen (pers. Mitteilung durch Kevin St. MARTIN vom 19. Juni 1997).

Als Alternative bliebe daher momentan die eigenhändige Programmierung der DS-Berechnungen. Dies ist ohne Frage inakzeptabel für den Gebrauch über rein akademische Zwecke hinaus.

Das Hauptpotential sowie den primär kritischen Bereich sieht der Autor in der Aggregation verschiedenster Informationsebenen. Als vorteilhaft und praktikabel könnte sich die feine - und vor allem nachvollziehbare - Parametrisierung der einzelnen Hypothesen (über die *degrees of belief*) erweisen.

Ein Einsatz innerhalb räumlich-analytischer Experten-Systeme ist daher naheliegend und erscheint sinnvoll. Arbeiten auf dem Gebiet der Expertensysteme weisen in diese Richtung und zeigen vielversprechende Resultate (z. B. [SHENOY 1994](#), [SAFFIOTTI 1994](#)).

4. DANKSAGUNG

Der Autor ist der Stiftungs- und Förderungsgesellschaft der Universität Salzburg zu Dank verpflichtet, deren finanzielle Unterstützung unter anderem die Arbeit am vorliegenden Beitrag ermöglicht hat.

LITERATUR

- BARNETT, J. A., 1981: Computational methods for a mathematical theory of evidence. – Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Vancouver: 868-875
- BURROUGH, P. A., R. van RIJN & M. RIKKEN, 1996: Spatial Data Quality and Error Analysis Issues: GIS Functions and Environmental Modeling. – in: M. F. GOODCHILD et al. (Eds.), GIS and Environmental Modeling: Progress and Research Issues. – Fort Collins: GIS World Books, 29-34
- BURROUGH, P. A. & A. U. FRANK(Eds.), 1996: Geographic Objects with Indeterminate Boundaries. – London: Taylor & Francis, 345 pp.
- DEMPSTER, A. P., 1967: Upper and Lower Probabilities induced by a Multivalued mapping. – Annales of Mathematical Statistics, 38: 325-339
- DEMPSTER, A. P., 1968: A Generalization of Bayesian inference. – Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, 30: 205-247
- EASTMAN, R. J., 1997: Idrisi for Windows User's Guide, Version 2.0. – Worcester: Idrisi Project, Clark University
- GOODCHILD, M. & S. GOPAL (Eds), 1989: The Accuracy of Spatial Databases. – London: Taylor & Francis, 290 pp.
- GORDON, J. & E. H. SHORTLIFFE, 1984: The Dempster-Shafer Theory of Evidence. – in: G. SHAFER & J. PEARL (Eds.), 1990, Readings in Uncertain Reasoning. – San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 529-539
- KLIR, G. J., 1994: Measures of Uncertainty in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – in: R. R. YAGER, J. KACPRZYK & M. FEDRIZZI (Eds.), Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – New York: Wiley, 35-49
- REINBERG, S., 1996: Anwendungsmöglichkeiten von Fuzzy-Logic-Methoden in der Raumplanung. – unveröffentl. Diplomarbeit am Institut für Finanzwissenschaft und Infrastrukturpolitik der Technischen Universität Wien. Wien, 1996
- SAFFIOTTI, A., 1994: Issues of Knowledge Representation in Dempster-Shafer's Theory. – in: R. R. YAGER, J. KACPRZYK & M. FEDRIZZI (Eds.), Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – New York: Wiley, 415-439
- SHAFER, G., 1976: A Mathematical Theory of Evidence. – Princeton: Princeton University Press, 297 S.
- SHAFER, G., 1990: Belief Functions. – in: G. SHAFER & J. PEARL (Eds.), Readings in Uncertain Reasoning. – San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 473-481
- SHENOY, P., 1994: Using Dempster-Shafer's Belief-function Theory in Expert Systems. – in: R. R. YAGER, J. KACPRZYK & M. FEDRIZZI (Eds.), Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – New York: Wiley, 395-414
- SMETS, P., 1994: What is Dempster-Shafer's model? – in: R. R. YAGER, J. KACPRZYK & M. FEDRIZZI (Eds.), Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – New York: Wiley, 5-34

ZHANG, L., 1994: Representation, Independence, and Combination of Evidence in the Dempster-Shafer theory. – in: R. R. YAGER, J. KACPRZYK & M. FEDRIZZI (Eds.), Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – New York: Wiley, 51-69